

## Objetivos para Este Capítulo

1. Aprender as definições para as partes de um ângulo
2. Usar medidas em radianos como uma alternativa para medir ângulos em graus
3. Aplicar a fórmula para comprimento do arco para a medida de arcos circulares
4. Usar o Maple para converter de radianos para graus e de graus para radianos

## Comandos do Maple Usados Neste Capítulo

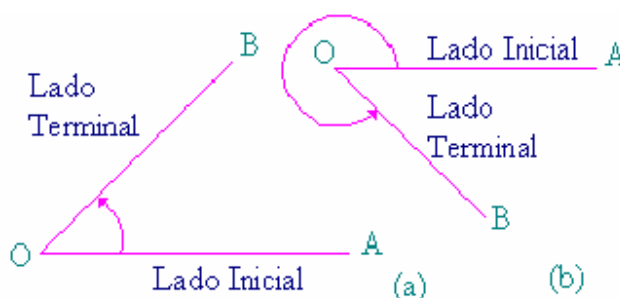
|                                               |                                                                                   |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <code>deg_</code>                             | Um nome usado neste capítulo para uma maneira simples de converter para radianos. |
| <code>evalf(número)</code>                    | Expressa um número como um decimal aproximado.                                    |
| <code>rad_</code>                             | Um nome usado neste capítulo para uma maneira simples de converter para graus.    |
| <code>subs(r = 3, theta = 4, s=r*theta</code> | Substitui $r = 3$ , $tetha = 4$ na equação $s = r * theta$                        |

## Ângulos Planos

Um ângulo é formado pela interseção de duas retas , como é mostrado na Figura 1.1.

Imagine a reta chamada *lado inicial* sendo rotacionada no ponto O (chamado vértice), até chegar à posição do *lado terminal*. Esta rotação forma um *ângulo*. Observe a Figura 1.1(a). Como a reta OA rotaciona em torno do ponto O para chegar à posição OB, um ângulo é formado. Se você imaginar que a linha continua a ser rotacionada até que atinja à posição OB como é mostrado na Figura 1.1(b), ela forma um ângulo maior. Se a reta continua a ser rotacionada até atingir sua

posição original, ela terá completado uma volta inteira. Nós precisamos de uma maneira de medir ângulos além das voltas inteiras. Existem duas unidades muito usadas nos dias de hoje. Uma unidade de medida, o *grau*, divide o círculo em 360 partes iguais, e a segunda, o *radiano*, divide o círculo em  $2\pi$  partes.



**Figura 1.1 Ângulos**

## O Ângulo Reto

Durante muitos séculos e na verdade até muito recentemente, os ângulos eram discutidos somente em relação à geometria. A geometria antiga media seus ângulos em relação ao ângulo que é formado quando um círculo é dividido em quatro seções iguais.

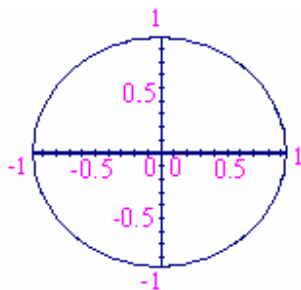
Tal ângulo é chamado *ângulo reto* (veja Figura 1.2). Um *grau* é uma medida angular que divide o ângulo reto em 90 partes iguais; então, um círculo inteiro corresponde a um ângulo de  $360^\circ$  no seu centro. Na maneira antiga de medir ângulos, um *minuto* é  $1/60$  de um grau, e um *segundo* é  $1/60$  de um minuto. Este sistema de medição de ângulos é raramente usado hoje. Ao invés, a notação decimal é usada. Por exemplo:

a)  $36^\circ 24' 30'' = 36 + 24/60 + 30/3600 = 36.4083333^\circ$

b)  $1/2 \text{ de } 21^\circ 15' = 1/2 \text{ de } 21.25^\circ = 10.625^\circ$

c)  $5 \times 7^\circ 49' = 35^\circ 245'' = 39^\circ 5'' = 39.08333^\circ$

d)  $5 \times 7^\circ 49' = 5 \times 7.81666^\circ = 39.08333^\circ$



**Figura 1.2** Um Círculo com Quatro Seções: Quatro Ângulos Retos Formados

## Medidas em Radianos e Comprimento do Arco

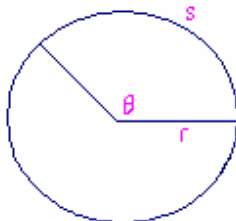
Na ciência e tecnologia, a unidade comum de medição angular é o *radiano*. Pela definição, o ângulo de um círculo inteiro é  $2\pi$  radianos. Isto parece ser uma escolha pobre para uma unidade, pois um círculo inteiro não é nem mesmo um número ( $2\pi \approx 6.283185$  ..., então existem 6.283185 ... radianos em um círculo inteiro). Por outro lado, muitas fórmulas são feitas simplesmente para medir ângulos em radianos. Considere o problema de determinar o comprimento do arco de um círculo. Você sabe que a circunferência de um círculo de raio 1 é  $2\pi$ . Além disso, existem  $2\pi$  radianos em uma volta completa. Uma pequena reflexão sobre a variação linear ou comportamento proporcional convencerá você de que pode escrever a fórmula para o comprimento de qualquer arco circular como

$$s = r\theta, \theta \text{ em radianos} \quad (1-1)$$

Você pode provar a si mesmo que a fórmula deve estar correta observando que, para qualquer círculo, o comprimento do arco  $s$  deve ser proporcional ao raio, porque se você dobrar o raio, você dobra o comprimento do arco circular também. O mesmo é verdade para o ângulo no centro do arco circular. Se você dobrar este ângulo, você dobra o comprimento do arco. Desde que a fórmula funcione para um raio de 1 e uma volta completa, deve funcionar para qualquer ângulo e qualquer raio devido a estas proporcionalidades (Veja Figura 1.3).

**Exemplo 1-1**

Qual é o comprimento do arco de um círculo se o raio é 30 centímetros (cm) e o ângulo central é de 1 radiano?



**Figura 1.3** A Fórmula para o Comprimento do Arco

*Solução:* O comprimento é  $s = r\theta$ ,  $s = 30 \times 1 = 30$  cm.

**Exemplo 1-2**

Qual é o comprimento do arco de um círculo se o raio é 1,56 metros (m) e o ângulo central é  $66^\circ$  ?

*Solução:* Primeiro converta o ângulo para radianos (rad):  $66^\circ = 66 \times \pi/180 = 1,152$  rad. Depois, é  $s = r\theta$ ,  $s = 1,56 \times 1,152 = 1,797$  m = 1,8m.

**Exemplo 1-3**

Você pode usar o Maple para computar o comprimento de um arco, mesmo se o ângulo central é dado em graus. Visto que este exemplo envolve converter graus em radianos, veja exemplo LP1-2.

*Sua Vez:* (a) Qual é o comprimento do arco de um círculo se o raio é de 472m e o ângulo central é 1,818 radianos?

*Resposta:* \_\_\_\_\_

(b) Qual é o comprimento do arco de um círculo se o raio é de 25,4 cm e o ângulo central é 23°?

Resposta: \_\_\_\_\_

(c) Qual é o comprimento do arco de um círculo se o raio é de 254 cm e o ângulo central é 90°?  
Você precisa da fórmula do comprimento do arco para resolver este problema?

Resposta: \_\_\_\_\_

## Convertendo entre Radianos e Graus no Maple

Se você espera ter de converter entre radianos e graus para uma série de problemas na qual você está trabalhando, é útil transferir alguns fatores de conversão para o Maple. São acompanhados pela definição dos nomes `rad_` e `deg_`. Ambos possuem o caracter underscore ( `_` ) como sua última letra. Você nunca deve usar o caracter underscore como a primeira letra em qualquer nome que você defina, pois o próprio Maple usa nomes começando com um underscore, mas não existe restrição quanto usar o caractere underscore como última letra em sua definição de um nome. Usar o underscore pode ajudá-lo a lembrar que esta é a quantidade que você definiu, em vez de ajudá-lo a converter unidades. Aqui estão as definições:

**> rad\_ := 180/Pi\*deg;**

$$rad\_ := \frac{180 \text{ deg}}{\pi}$$

**> deg\_ := Pi/180 \*rad;**

$$deg\_ := \frac{\pi \text{ rad}}{180}$$

**Exemplos:**

a) Converta  $3/5$  radianos em graus. *Solução:*

**> 3/5\*rad\_;**

$$\frac{108 \text{ deg}}{\pi}$$

b) Converta 0,45 radianos em graus e expresse como um decimal. *Solução:*

**> evalf(0.45\*rad\_);**

25.78310077 deg

Aqui, a função *evalf* é usada para converter a resposta para a forma decimal.

c) Converta  $45^\circ$  para radianos. *Solução:*

**> 45\*deg\_;**

$$\frac{\pi \text{ rad}}{4}$$

d) Converta  $33^\circ$  para radianos, na forma decimal. *Solução:*

**> evalf(33\*deg\_);**

0.5759586531rad

e) Use o Maple para definir a fórmula para o comprimento do arco e use-a para determinar o comprimento de um arco quando o raio é 5 cm e o ângulo central é  $135^\circ$ . *Solução: Primeiro defina a fórmula.*

**> s := r \* theta/rad;**

$$s := \frac{r \theta}{\text{rad}}$$

Depois use o comando `substitute` para atribuir valores para  $r$  e  $\theta$ .

```
> subs( r=5*cm, theta= 135*deg,s);
```

$$\frac{15cm\pi}{4}$$

Uma desvantagem é que o Maple escreve  $\pi$  por último em vez de escrever a unidade (cm) por último, como de costume. Este defeito não existirá se nós convertermos para a notação decimal:

```
> evalf(subs( r=5*cm, theta= 135*deg,s));
```

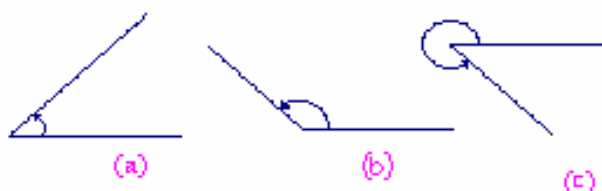
$$11.78097245cm$$

Observe que a resposta é dada como uma quantidade numérica e a sua unidade correspondente. Desde que os nomes *deg* e *rad* sejam usados como parte da definição da conversão de fatores, você não deve usá-los para nada mais na mesma área de trabalho. Se você os usou como nomes de variáveis anteriormente na sessão do Maple, você deve declarar estes dois comandos antes de tentar definir *deg\_* e *rad\_*:

```
> deg := 'deg'; rad := 'rad';
```

Isto irá limpar quaisquer valores que estes nomes possam ter recebido anteriormente. É claro que o mesmo é verdade para o nome *cm*, que é usado na fórmula para o comprimento do arco.

# Lápis e Papel



## LP -1

**a)** Dê nomes ao diagrama da Figura 1.4. Mostre a localização do lado inicial, lado terminal e vértice.

**Figura 1.4.** Diagrama para o problema LP-1

**(b)** Use o transferidor para medir os ângulos.

LP1 -1 a : \_\_\_\_\_

LP1 -1 b : \_\_\_\_\_

LP1 -1 c : \_\_\_\_\_

**(c)** converta estes ângulos para a medida em radianos. Compare mentalmente a extensão dos ângulos em radianos aos mesmos ângulos medidos em graus.

LP1 -1 a : \_\_\_\_\_

LP1 -1 b : \_\_\_\_\_

LP1 -1 c : \_\_\_\_\_

**LP – 2**

Converta estes ângulos para radianos. As respostas são dadas a cada quatro problemas, de modo que você possa verificar seu trabalho.

|     |            |           |                |
|-----|------------|-----------|----------------|
| (a) | 287 graus  | Resposta: | 5.01 radianos  |
| (b) | 355 graus  | Resposta: | _____          |
| (c) | -3 graus   | Resposta: | _____          |
| (d) | -160 graus | Resposta: | _____          |
| (e) | -97 graus  | Resposta: | -1.69 radianos |
| (f) | -269 graus | Resposta: | _____          |
| (g) | 284 graus  | Resposta: | _____          |
| (h) | -303 graus | Resposta: | _____          |
| (i) | 80 graus   | Resposta: | 1.40 radianos  |
| (j) | -57 graus  | Resposta: | _____          |

**LP – 3**

Converta estes ângulos para graus. Ângulos pequenos são dados na notação exponencial do Maple ( $e^- = 1/10 = 0.1$ ,  $e^{-2} = 1/100 = 0.01$ , etc.)

|     |                  |           |            |
|-----|------------------|-----------|------------|
| (a) | -5.17 radianos   | Resposta: | -296 graus |
| (b) |                  | Resposta: | _____      |
| (c) | .800e-1 radianos | Resposta: | _____      |
| (d) | -3.04 radianos   | Resposta: | _____      |
| (e) | -3.54 radianos   | Resposta: | -203 graus |
| (f) | -2.65 radianos   | Resposta: | _____      |
| (g) | -2.32 radianos   | Resposta: | _____      |
| (h) | 2.87 radianos    | Resposta: | _____      |
| (i) | 4.05 radianos    | Resposta: | 232 graus  |
| (j) | 2.41 radianos    | Resposta: | _____      |
| (k) | -4.21 radianos   | Resposta: | _____      |

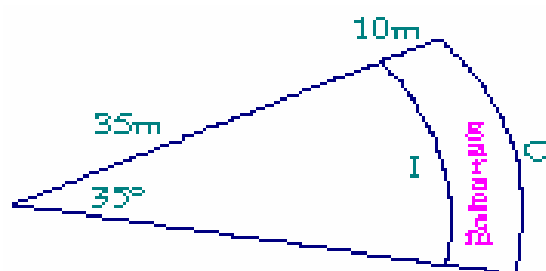
|     |                |           |             |
|-----|----------------|-----------|-------------|
| (l) | -5.27 radianos | Resposta: | _____       |
| (m) | -.340 radianos | Resposta: | -19.5 graus |
| (n) | -.670 radianos | Resposta: | _____       |
| (o) | 2.74 radianos  | Resposta: | _____       |
| (p) | 1.84 radianos  | Resposta: | _____       |
| (q) | -.830 radianos | Resposta: | -47.5 graus |
| (r) | 5.73 radianos  | Resposta: | _____       |
| (s) | -.650 radianos | Resposta: | _____       |
| (t) | .290 radianos  | Resposta: | _____       |

### LP – 3

Converta estes ângulos para graus. Ângulos pequenos são dados em termos de  $\pi$ , já que a medida em radianos é freqüentemente apresentada desta maneira. Converta a medida em radianos para um número decimal inteiro, multiplicando-a por 3,18 antes de convertê-la em graus.

|     |                      |           |             |
|-----|----------------------|-----------|-------------|
| (a) | 1.69 $\pi$ radianos  | Resposta: | 304 graus   |
| (b) | 2.51 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (c) | 1.25 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (d) | .890 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (e) | -.440 $\pi$ radianos | Resposta: | -79.2 graus |
| (f) | 2.60 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (g) | 1.01 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (h) | 1.59 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (i) | -.610 $\pi$ radianos | Resposta: | -110 graus  |
| (j) | .720 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (k) | 2.39 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (l) | 2.72 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |
| (m) | -.850 $\pi$ radianos | Resposta: | -153 graus  |
| (n) | 2.20 $\pi$ radianos  | Resposta: | _____       |

- |     |                      |           |           |
|-----|----------------------|-----------|-----------|
| (o) | $1.63 \pi$ radianos  | Resposta: | _____     |
| (p) | $-.710 \pi$ radianos | Resposta: | _____     |
| (q) | $2.94 \pi$ radianos  | Resposta: | 529 graus |
| (r) | $-.780 \pi$ radianos | Resposta: | _____     |
| (s) | $-.510 \pi$ radianos | Resposta: | _____     |
| (t) | $2.91 \pi$ radianos  | Resposta: | _____     |



**Figura 1.5** Diagrama para o Problema LP1-5

## LP – 5

Uma garagem tem a forma de um arco circular (veja Figura 1.5). Quais são os comprimentos interno e externo dos arcos? Os arcos foram denominados  $I$  e  $O$  no diagrama.

Converta o ângulo para medida em radianos: Resposta: \_\_\_\_\_

Comprimento do arco interno,  $I$ : Resposta: \_\_\_\_\_

Comprimento do arco externo,  $O$ : Resposta: \_\_\_\_\_

**LP – 6**

Aproximadamente, para duas figuras significantes, quantos graus existem em um radiano?

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LP – 7**

Qual é a fórmula para o comprimento do arco? Identifique os termos e declare as unidades.

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LP – 8**

Vamos dizer que você tenha definido um cálculo para o comprimento do arco com o comando no Maple:

```
> s := evalf( r * 0.174532925);
```

```
s := .174532925r
```

Escreva o comando no Maple que encontrará a distância  $s$  substituindo o valor 311m para  $r$  e  $75^\circ$  para  $\theta$ . Calcule  $s$  sem usar o Maple.

>; (Escreva o comando do Maple aqui)

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LP – 9**

Como você substitui  $s$  no comando acima? Tenha cuidado! É possível ser feito?

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LP – 10**

Se você escreve no Maple:

**> s := r \* theta;**

$s := r\theta$

a variável  $s$  é um nome cujo valor é  $r\theta$ . O que acontece se você escrever:

**> s = r \* theta;**

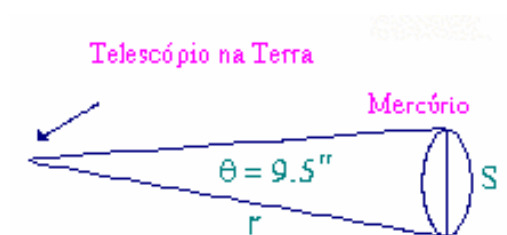
*Resposta:* \_\_\_\_\_

# Laboratório Maple

## LM –1

Expresse essas medidas dos ângulos em radianos para graus. Trabalhe as respostas usando sua calculadora e verifique os resultados usando o Maple. Use as definições desta seção em seu trabalho.

- |     |                      |       |       |     |                         |       |       |
|-----|----------------------|-------|-------|-----|-------------------------|-------|-------|
| (a) | $0.123 \text{ r} =$  | _____ | graus | (b) | $0.0174532 \text{ r} =$ | _____ | graus |
| (c) | $0.5236 \text{ r} =$ | _____ | graus | (d) | $1.0472 \text{ r} =$    | _____ | graus |
| (e) | $6.2832 \text{ r} =$ | _____ | graus | (f) | $100 \text{ r} =$       | _____ | graus |



**Figura 1.6** Ângulo de Mercúrio, medido por um Observador na Terra

## LM – 2

O planeta Mercúrio se encontra a um ângulo de  $9.5''$  como medido por um telescópio na Terra quando a distância da Terra a Mercúrio é de 65 milhões de milhas. Qual é o diâmetro de Mercúrio a partir destas medidas? (Veja Figura 1.6.)

*Resposta:* O diâmetro de Mercúrio é \_\_\_\_\_ milhas (não esqueça de converter o ângulo para radianos).

### LM – 3

Cientistas da NASA lançaram um poderoso raio laser na Lua de um local na Terra. Quando ele atingiu a Lua, o diâmetro do raio era de 25 quilômetros (km). A divergência do raio laser é de  $6.5 \times 10^{-5}$  radianos. Use esta informação para calcular a distância entre a terra e a lua. Dica: o diagrama para este problema é o mesmo para o problema ML1-2, mas, desta vez,  $r$  não é informado. A maneira de o Maple escrever  $6.5 \times 10^{-5}$  é  $6.5e-5$ .

*Resposta:* A distância da Terra à Lua é de \_\_\_\_\_ km.

### LM – 4

Inicie uma nova sessão no Maple. Digite estes comandos:

**>rad:=180/Pi\*deg;**

**>deg:=Pi/180\*rad;**

Você está apto a converter de graus para radianos e vice-versa. Use estes comandos do Maple para converter:

(a) 0.125 radianos para graus.

*Resposta:*\_\_\_\_\_

(b)  $\pi$  graus para radianos.

*Resposta:*\_\_\_\_\_

## LM – 5

Se você usar as definições do ML1-4, o Maple irá deixar  $\pi$  como um valor simbólico em vez de avaliá-lo como um decimal. Redefina o processo de conversão digitando nestes comandos:

```
>rad_:=57.29577951*deg;
```

```
> deg:=0.0174532925*rad;
```

Use estes comandos para converter:

(a) 6.2831853 radianos para graus.

*Resposta:*\_\_\_\_\_

(b) 114.59159 graus para radianos.

*Resposta:*\_\_\_\_\_

## LM – 6

Digite estes comandos e observe os resultados (ou seja, a resposta do Maple):

```
> a:=evalf( d + m/60 + s/3600);
```

Use este comando e o comando *subs* para converter de graus, minutos e segundos para graus decimais.

>; (Escreva o comando de substituição do Maple aqui)

(a) Converta 44°35'24" para graus decimais. *Resposta:*\_\_\_\_\_

(b) Converta 89°59'59" para graus decimais. *Resposta:*\_\_\_\_\_

## LM – 7

Agora que você tem ambos os comandos do ML1-6 disponíveis, faça algumas conversões. O comando que dá o nome *a* a um valor não precisa ser alterado. Edite o comando *subs* para converter  $43^{\circ}36'25''$  para a forma decimal. Simplesmente destaque os números que você deseja alterar e insira os novos valores.

*Resposta:* \_\_\_\_\_

## LM – 8

Existe um outro método que permite a você manter o resultado anterior na tela. Selecione todo o comando e copie-o. Cole-o em uma nova linha de comando e depois edite os valores que você deseja modificar. Use esta técnica para converter os ângulos de (a) a (c):

(a)  $10^{\circ}10'10''$

*Resposta:* \_\_\_\_\_

(b)  $20^{\circ}30'40''$

*Resposta:* \_\_\_\_\_

(c)  $53^{\circ}35'53''$

*Resposta:* \_\_\_\_\_

## LM – 9

Uma das coisas mais úteis que você pode aprender ao usar o Maple é associar um comando ao outro. Este processo pode ser mantido, associando ainda outro comando aos dois primeiros, e assim por diante. Praticando esta , você está desenvolvendo sua habilidade de resolver problemas que levam vários passos. Nesta “função aninhada”, o passo mais distante que você deve dar é a resposta do problema, enquanto que o passo mais próximo é a primeira coisa que você deve fazer para encontrar esta resposta. O problema apresentado demonstra a técnica. Como você efetua a conversão de um ângulo, dado em graus decimais, para graus, minutos e segundos? Aqui está uma solução parcial, usando  $24.51^{\circ}$  como um exemplo.

1. Atribua o valor para uma variável (um nome):

2. **> a:= 24.51;**

3. A parte inteira permanecerá a mesma; então, você deverá começar pela parte fracionária. Você poderia definir  $m$  como

4. **> m:= 60\*(a-24);** (Compute a parte fracionária de 24.51, que é 0.51)

5. Encontre o número de segundos, avaliando a parte fracionária encontrada no passo 4.

6. **> s:= 60\*(m-30);**

Você pode juntar tudo isto em um só comando. O processo passo-a-passo foi exposto. Existe um par de comandos do Maple de que você irá precisar. O comando *frac* extrai a parte fracionária de um número e o comando *trunc* pega a parte inteira. Examine o seguinte comando cuidadosamente:

**> a:= 'a';** (Certifique-se de que o  $a$  não possui um valor atribuído)

**> a1 := trunc(a-frac(a)), trunc(60\*frac(a-trunc(a))), trunc(60\*frac(60\*(a-trunc(a))));**

$a1 := \text{trunc}(a - \text{frac}(a)), \text{trunc}(60 \text{ frac}(a - \text{trunc}(a))),$   
 $\text{trunc}(60 \text{ frac}(60^a - 60 \text{ trunc}(a)))$

Agora, insira o comando:

**>a:= 24.51; a1;** (Converte  $a$  em graus, minutos e segundos)

Use este comando para converter (a)  $17.99^\circ$ , (b)  $1.0173^\circ$ , (c)  $12.24^\circ$  em graus, minutos e segundos.

Respostas: (a)\_\_\_\_\_ (b)\_\_\_\_\_ (c)\_\_\_\_\_

**LM – 10**

Explique como você converteria a soma de  $30^{\circ}45'55''$  e  $59.23472^{\circ}$  para graus, minutos e segundos.

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LM – 11**

Escreva no Maple a fórmula que converte o ângulo  $75^{\circ}13'11''$  (dado em graus, minutos e segundos) para radianos.

*Solução Parcial.* Declare  $d$  como a parte inteira,  $m$  os minutos e  $s$  os segundos. Comece com a atribuição:

**> d := 75; m := 13; s := 11;**

**>;** (Escreva o comando do Maple aqui)

*Resposta:* \_\_\_\_\_

**LM – 12**

Você pode ter convertido o ML1-11 de duas maneiras; usando a conversão exata ou a aproximação decimal. Dê a *outra* solução aqui:

**>;** (Escreva o comando do Maple aqui)

*Resposta:* \_\_\_\_\_

## LM – 13

Um raio de luz entra em uma região entre dois espelhos em um pequeno ângulo. À medida que se reflete adiante, o raio se difunde. Como ele irá se difundir após 15 reflexões, se a) os espelhos estão separados por 1 metro e b) a divergência do raio é de 0.1 radiano?

*Método de Solução.* Você pode resolver este problema pelo mesmo método que os dois anteriores, mas será necessário desenhar um diagrama. É claro que você pode deixar que o Maple o desenhe para você! Entre com o seguinte comando em uma sessão do Maple. Estes comandos contêm um *programa do Maple* (também chamado de procedimento do Maple). O procedimento (que você deve analisar detalhadamente), cria um gráfico para este problema. Você pode medir a divergência de um raio diretamente no gráfico usando o mouse. O tamanho do raio é indicado entre as linhas vermelha e verde no gráfico. O raio de luz entra na região inferior esquerda do espelho, nas coordenadas (0,0). À medida que o raio avança, ele se difunde e é refletido entre os espelhos. Depois de 15 reflexões, o raio estará no lado esquerdo do espelho (no eixo y), a uma altura de 8 unidades. A linha vermelha representa o limite inferior do raio e a linha verde representa o limite superior. Medir a divergência de um raio em um gráfico do Maple. Calcule a divergência do raio de luz e compare-a com a medida no gráfico. Digite estas sentenças no Maple:

```
> bounce := proc(n, d, d1)
> local i, l, m, p1, p2, p3;
> l := 0, 0; m := 0, 0;
> for i from 1 to n do
> l := l, irem(i,2), i*d/2;
> m := m, irem(i,2), i*(d+d1)/2;
> od:
> l := [l]; m := [m];
> p1 := plot( { [[0, -0.1], [0, 10], [1, -0.1], [1, 10], [0, 10], [1, 10]] }, -0.1 .. 1.1, color = black);
> p2 := plot(1, -0.1 .. 1.1, color = red);
> p3 := plot( m, -0.1 .. 1.1, color = green);
> plots[display]( {p1, p2, p3 }, title = 'Reflections');
> end:
> bounce (16, 1, .1);
```

*Resposta:* A divergência de raio de luz após 15 reflexões é \_\_\_\_\_m.